Παράλληλη Υλοποίηση Αλγορίθμου για το Πρόβλημα Χωροθέτησης Μονάδων Παραγωγής

Νικόλαος Πλόσκας
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
Εγνατίας 156, Θεσσαλονίκη, 54006

Ιάσων Παπαθανασίου
Τμήμα Μάρκετινγκ και Διοίκησης Λειτουργιών, Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
Αγ. Δημητρίου 49, Έδεσσα, 58200

Νικόλαος Σαμαράς
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
Εγνατίας 156, Θεσσαλονίκη, 54006

Περίληψη

Το πρόβλημα της χωροθέτησης μονάδων παραγωγής είναι κριτικής σημασίας για μία επιχείρηση και είναι ένα από τα πιο διαδεδομένα και μελετημένα προβλήματα της επιχειρησιακής έρευνας. Υπάρχουν πολλοί αλγόριθμοι στη διεθνή βιβλιογραφία για την αντιμετώπιση του προβλήματος της χωροθέτησης μονάδων παραγωγής. Στην εργασία αυτή προτείνουμε ένα αλγόριθμο για την εύρεση της βέλτιστης λύσης, εφόσον αυτή υπάρχει. Επίσης, προτείνουμε ένα παράλληλο αλγόριθμο για την επίλυση του προβλήματος αυτού που εκμεταλλεύεται την ισχύ των πολυπύρηνων επεξεργαστών. Στόχος της εργασίας αυτής είναι η μελέτη και υπολογιστική σύγκριση των δύο αλγορίθμων. Πιο συγκεκριμένα, η εργασία παρουσιάζει μια υπολογιστική μελέτη κατά την οποία το πρόβλημα χωροθέτησης λύνεται από το σειριακό και από τον παράλληλο αλγόριθμο. Οι αλγόριθμοι υλοποιήθηκαν στο προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

Πρόβλημα Χωροθέτησης, Παράλληλη Επεξεργασία, Πολυπύρηνοι Επεξεργαστές, MATLAB.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόβλημα χωροθέτησης μονάδων παραγωγής στη γενική του μορφή αφορά την τοποθέτηση νέων επιχειρήσεων σε μία νέα αγορά, στην οποία όμως δραστηριοποιούνται ήδη κάποιες υφιστάμενες επιχειρήσεις και παράγουν ένα προϊόν ή προσφέρουν μία υπηρεσία (Drezner et al., 2002; Plastria, 2001). Η αγορά απαιτεί σε κάθε χρονική στιγμή μία συγκεκριμένη ποσότητα του προϊόντος ή ένα συγκεκριμένο επίπεδο προσφοράς της υπηρεσίας. Οι νέες επιχειρήσεις που θέλουν να εισέλθουν στην αγορά συνεργάζονται μεταξύ τους και σκοπεύουν να αποκτήσουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερο μερίδιο στην αγορά χωρίς όμως να αλληλοεπικαλύπτονται μεταξύ τους. Κάθε νέα μονάδα παραγωγής πρέπει να καταλάβει ένα μερίδιο της αγοράς, έτσι ώστε να είναι οικονομικά βιώσιμη, δηλαδή η παραγωγή της να υπερβαίνει το κατώτατο όριο πωλήσεων (Shonwiller, 1996). Το ίδιο ισχύει και για τις υφιστάμενες επιχειρήσεις, οι οποίες αν δεν είναι οικονομικά βιώσιμες, τότε θα εξέλθουν από τη συγκεκριμένη αγορά (Serra et al., 1999; Shiode et al., 2003).
Για το πρόβλημα αυτό έχουν αναπτυχθεί πολλοί αλγόριθμοι που βρίσκουν είτε τη βέλτιστη λύση, εάν αυτή υπάρχει, είτε μία προσεγγιστική λύση του προβλήματος. Στην εργασία αυτή παρουσιάζουμε ένα αλγόριθμο για την ακριβή επίλυση του προβλήματος, ο οποίος αποτελεί μία προέκταση του αλγόριθμου που παρουσιάστηκε στην εργασία των Papathanasiou and Manos (2007). Ωστόσο, ο αλγόριθμος αυτός ανήκει στην NP-hard κατηγορία προβλημάτων και ο χρόνος επίλυσης του αυξάνει πολύ γρήγορα. Τα τελευταία χρόνια οι επιστημονικές εφαρμογές απαιτούν πιο γρήγορους υπολογισμούς και αυτό μέχρι ένα σημείο επετεύχθη με τη ραγδαία αύξηση της ταχύτητας των επεξεργαστών. Η αύξηση της ταχύτητας των επεξεργαστών δε γίνεται πλέον με τους ρυθμούς του παρελθόντος, οπότε η επιστήμη έχει στραφεί στην παράλληλη επεξεργασία για να κάνει τους υπολογισμούς ταχύτερους, η οποία εκμεταλλεύεται πολυπύρηνους επεξεργαστές, συστοιχίες υπολογιστών και τελευταία τις κάρτες γραφικών. Στην εργασία αυτή προτείνουμε επιπλέον ένα παράλληλο αλγόριθμο για την ακριβή επίλυση του προβλήματος χωροθέτησης μονάδων παραγωγής που εκμεταλλεύεται την ισχύ των πολυπύρηνων επεξεργαστών.

2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα, φαίνεται παρακάτω:

$$\max \sum_i \sum_p P_{ip} x_i \quad \text{or} \quad \max \sum_i \sum_p prP_{ip} C_{ip} x_i$$

$$
\begin{aligned}
s.t. \quad & P_{ip\min} \le P_{ip} \le P_{ip\max} && (1)\\
& \sum_p P_{ip} = \sum_p \sum_i \sum_j H_{ij} y_{ij} TN_{ij} && (2)\\
& \sum_i x_i = |N| && (3)\\
& y_{ij} - x_i \le 0 && (4)\\
& x_i = 0,1 && (5)\\
& y_{ij} = 0,1 && (6)\\
& TN_{ij} = 0,1 && (7)\\
& TO_{ej} = 0,1 && (8)
\end{aligned}
$$

όπου:

- $|N|$: το πλήθος των νέων μονάδων παραγωγής.
- $|I|$: το πλήθος των υποψήφιων κόμβων.
- $|J|$: το πλήθος των κόμβων ζήτησης.
- $|E|$: το πλήθος των υφιστάμενων μονάδων παραγωγής.
- P_{ip}: η χωρητικότητα παραγωγής της νέας μονάδας παραγωγής p αν εγκατασταθεί στον υποψήφιο κόμβο i.
- x_i: 1 αν η νέα μονάδα παραγωγής τοποθετήθηκε στον υποψήφιο κόμβο i, αλλιώς 0.
- pr: το ποσοστό κέρδους.
- C_{ip}: το κόστος παραγωγής της νέας μονάδας παραγωγής p αν εγκατασταθεί στον υποψήφιο κόμβο i.
- $P_{ip\ min}$: η ελάχιστα αποδεκτή χωρητικότητα παραγωγής της νέας μονάδας παραγωγής p αν εγκατασταθεί στον υποψήφιο κόμβο i.
- $P_{ip\ max}$: η μέγιστη δυνατή χωρητικότητα παραγωγής της νέας μονάδας παραγωγής p αν εγκατασταθεί στον υποψήφιο κόμβο i.
- H_j: ζήτηση στον κόμβο j.
- y_{ij}: 1 αν η ζήτηση του κόμβου j εξυπηρετείται από μία νέα μονάδα παραγωγής στον κόμβο i.
- TN_{ij}: 1 αν ο κόμβος ζήτησης j είναι μέσα στην περιοχή εξυπηρέτησης του υποψήφιου κόμβου i, αλλιώς 0.
- TO_{ej}: 1 αν ο κόμβος ζήτησης j είναι μέσα στην περιοχή εξυπηρέτησης της υφιστάμενης μονάδας παραγωγής e, αλλιώς 0.

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος βελτιστοποίησης μπορεί να είναι η μέγιστη παραγωγή, αν οι επιχειρήσεις έχουν μια πιο συντηρητική στρατηγική, ή το μέγιστο κέρδος, αν οι επιχειρήσεις έχουν μια πιο επιθετική στρατηγική (Papathanasiou and Manos, 2007).

3. ΣΕΙΡΙΑΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

Για την εύρεση της βέλτιστης λύσης του παραπάνω προβλήματος, εάν αυτή υπάρχει, παρατίθενται παρακάτω τα βήματα του σειριακού αλγορίθμου (Papathanasiou and Manos, 2007):

1. Τοποθέτηση των νέων μονάδων παραγωγής σε τυχαίες θέσεις από τη λίστα των υποψήφιων θέσεων και διαμοιρασμός της ζήτησης στις μονάδες παραγωγής (νέες και ήδη υπάρχουσες) με κριτήριο τη χαμηλότερη τιμή.
2. Έλεγχος αν οι νέες μονάδες παραγωγής είναι οικονομικά βιώσιμες, δηλαδή αν η παραγωγή τους είναι πάνω από το ελάχιστο όριο παραγωγής που έχουν θέσει. Αν όλες οι νέες μονάδες είναι οικονομικά βιώσιμες, τότε ο αλγόριθμος συνεχίζει από το βήμα 6.
3. Αν μία ή περισσότερες μονάδες δεν είναι οικονομικά βιώσιμες, τότε γίνεται μία νέα περιστροφή των νέων μονάδων παραγωγής σε άλλο συνδυασμό θέσεων από τις υποψήφιες (αν έχουν γίνει

όλοι οι συνδυασμοί, τότε το πρόβλημα είναι αδύνατο και ο αλγόριθμος τερματίζεται). Ξαναμοιράζεται η ζήτηση στους κόμβους και ο αλγόριθμος συνεχίζει από το βήμα 2.
4. Αν μία υπάρχουσα μονάδα παραγωγής είναι μη βιώσιμη, τότε αφαιρείται και η ζήτηση που εξυπηρετεί μοιράζεται στους υπόλοιπους κόμβους.
5. Υπολογισμός της αντικειμενικής τιμής. Αν η τιμή είναι μεγαλύτερη από την προηγούμενη, τότε ο αλγόριθμος αποθηκεύει την τιμή αυτή, αλλιώς διατηρεί την προηγούμενη.
6. Γίνεται μία νέα περιστροφή των νέων μονάδων παραγωγής σε άλλο συνδυασμό θέσεων από τις υποψήφιες (αν έχουν γίνει όλοι οι συνδυασμοί, τότε το πρόβλημα είναι αδύνατο και ο αλγόριθμος τερματίζεται).
7. Επαναλαμβάνονται τα βήμα 3 – 6 μέχρι να μην υπάρχει βελτίωση της αντικειμενικής τιμής.

4. ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

Ο αριθμός των επαναλήψεων που θα εκτελέσει ο σειριακός αλγόριθμος, ο οποίος παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα, εξαρτάται από το πλήθος των διαφορετικών τοποθετήσεων των νέων μονάδων παραγωγής στους υποψήφιους κόμβους. Ο αριθμός των επαναλήψεων αυξάνει πολύ γρήγορα σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

$$\Delta_{|I|}^{|N|} = \frac{|N|!}{(|N|-|I|)!} \quad (9)$$

Η επίλυση του παραπάνω προβλήματος σε ένα εύλογο χρονικό διάστημα είναι δυνατή μόνο σε μικρά δίκτυα. Για την πιο αποδοτική επίλυση του προβλήματος προτείνουμε στη συνέχεια μία παραλληλοποίηση του σειριακού αλγορίθμου, η οποία εκμεταλλεύεται τη δυνατότητα διαμοιρασμού των τοποθετήσεων σε διαφορετικούς πυρήνες ενός επεξεργαστή. Υποθέτοντας ότι διαθέτουμε n νήματα, τα βήματα του αλγορίθμου παρατίθενται παρακάτω:

1. Εύρεση όλων των πιθανών τοποθετήσεων από τη λίστα των υποψήφιων κόμβων και διαμοιρασμός τους στα n νήματα.
2. Κάθε νήμα εκτελεί τα βήματα 1 – 7 του σειριακού αλγορίθμου και βρίσκει την τοπική βέλτιστη αντικειμενική τιμή (αν υπάρχει).
3. Όλα τα νήματα, εκτός του 1^{ου}, αποστέλλουν τα αποτελέσματά τους στο νήμα 1, το οποίο τα συγκρίνει και βρίσκει τη γενική βέλτιστη λύση (αν υπάρχει).

5. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ

Τέλος, στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται η υπολογιστική μελέτη μεταξύ των δύο αλγορίθμων, η οποία διεξήχθη σε έναν υπολογιστή με επεξεργαστή Intel Core i7 2.2 GHz και 6 Gbyte κύριας μνήμης. Όλοι οι αλγόριθμοι υλοποιήθηκαν στο προγραμματιστικό περιβάλλον MATLAB και για την υλοποίηση του παράλληλου αλγορίθμου χρησιμοποιήθηκε το Parallel Computing Toolbox του MATLAB, με το οποίο μπορεί να διανεμηθεί ένας υπολογισμός μεταξύ διαφόρων επεξεργαστών ή πυρήνων του ίδιου επεξεργαστή. Ο παράλληλος αλγόριθμος εκτελέστηκε χρησιμοποιώντας 4 νήματα. Για κάθε στιγμιότυπο, ο χρόνος υπολογίστηκε ως ο μέσος όρος 5 εκτελέσεων. Στη συνέχεια παρουσιάζονται 3 διαφορετικές εκτελέσεις των αλγορίθμων, όπου μελετάμε αντίστοιχα τη συμπεριφορά των αλγορίθμων τροποποιώντας την πυκνότητα του δικτύου, το πλήθος των κόμβων κατανάλωσης και το πλήθος των νέων μονάδων παραγωγής.

5.1 1^{η} εκτέλεση

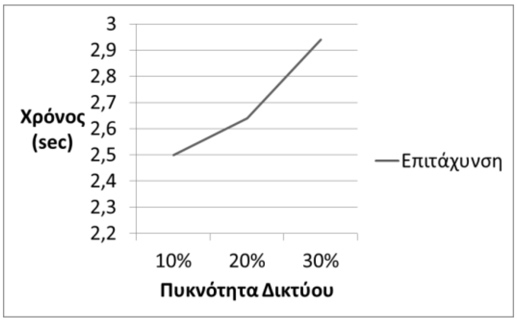
Στην 1^{η} εκτέλεση των δύο αλγορίθμων μελετάται η συμπεριφορά των αλγορίθμων σχετικά με την πυκνότητα του δικτύου. Έχοντας κρατήσει σταθερούς τους υπόλοιπους 4 παράγοντες (4 νέες μονάδες παραγωγής, 9 υποψήφιοι κόμβοι, 7 υφιστάμενες μονάδες παραγωγής και 27 κόμβοι κατανάλωσης), τροποποιείται η πυκνότητα του δικτύου σε 10%, 20% και 30%. Πυκνότητες πάνω από 30% δεν υφίστανται σε πραγματικές αγορές. Στον πίνακα 1 αποτυπώνονται τα αποτελέσματα των δύο αλγορίθμων, όπου παρατηρείται ότι ο παράλληλος αλγόριθμος είναι ταχύτερος από το σειριακό σε όλες τις περιπτώσεις και όσο αυξάνεται η πυκνότητα του δικτύου τόσο μεγαλώνει και η επιτάχυνση.

Πίνακας 1 Χρόνοι εκτέλεσης αλγορίθμων σε σχέση με την αύξηση της πυκνότητας του δικτύου

Πυκνότητα Δικτύου	Χρόνος (sec)	
	Σειριακός Αλγόριθμος	Παράλληλος Αλγόριθμος
10%	0,1560	0,0624
20%	0,1716	0,0650
30%	0,2028	0,0690

Στο σχήμα 1 αποτυπώνεται η επιτάχυνση του παράλληλου αλγορίθμου σε σχέση με το σειριακό που φτάνει μέχρι και 2,93 για πυκνότητα δικτύου 30%.

Σχήμα 1 Επιτάχυνση παράλληλου έναντι σειριακού αλγορίθμου σε σχέση με την αύξηση της πυκνότητας του δικτύου



5.2 2η εκτέλεση

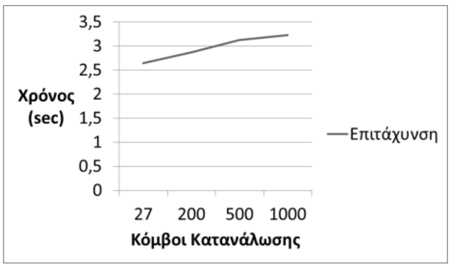
Σε αυτήν την εκτέλεση των αλγορίθμων, διατηρούνται σταθεροί οι 4 παράγοντες (4 νέες μονάδες παραγωγής, 9 υποψήφιοι κόμβοι, 7 υφιστάμενες μονάδες παραγωγής και πυκνότητα δικτύου 20%) και τροποποιείται το πλήθος των κόμβων κατανάλωσης του δικτύου σε 27, 200, 500 και 1000. Στον πίνακα 2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των δύο αλγορίθμων, όπου παρατηρείται πάλι ότι ο παράλληλος αλγόριθμος είναι ταχύτερος από το σειριακό σε όλες τις περιπτώσεις, ενώ επίσης παρατηρούμε ότι η αύξηση των κόμβων κατανάλωσης επηρεάζει περισσότερο την ταχύτητα των αλγορίθμων σε σχέση με την πυκνότητα του δικτύου.

Πίνακας 2 Χρόνοι εκτέλεσης αλγορίθμων σε σχέση με την αύξηση των κόμβων κατανάλωσης

Κόμβοι Κατανάλωσης	Χρόνος (sec)	
	Σειριακός Αλγόριθμος	Παράλληλος Αλγόριθμος
27	0,1716	0,0650
200	0,8143	0,2837
500	1,6916	0,5421
1000	3,2600	1,0092

Στο σχήμα 2 παρουσιάζεται διαγραμματικά η επιτάχυνση του παράλληλου έναντι του σειριακού αλγορίθμου, η οποία φτάνει μέχρι και 3,22 στους 1000 κόμβους κατανάλωσης.

Σχήμα 2 Επιτάχυνση παράλληλου έναντι σειριακού αλγορίθμου σε σχέση με την αύξηση των κόμβων κατανάλωσης



5.3 3η εκτέλεση

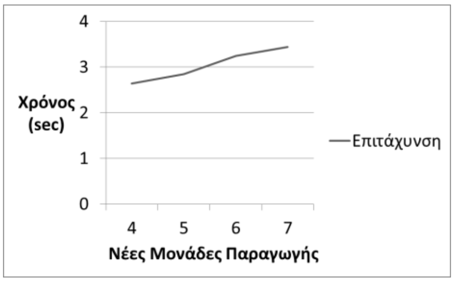
Στην 3η εκτέλεση των δύο αλγορίθμων κρατούνται σταθεροί οι 4 παράγοντες (9 υποψήφιοι κόμβοι, 7 υφιστάμενες μονάδες παραγωγής, 27 κόμβοι κατανάλωσης και 20% πυκνότητα δικτύου) και τροποποιείται το πλήθος των νέων μονάδων παραγωγής του δικτύου σε 4, 5, 6 και 7. Στον πίνακα 3 αποτυπώνονται τα αποτελέσματα των δύο αλγορίθμων, όπου παρατηρούμε ότι η αύξηση των νέων μονάδων παραγωγής επηρεάζει περισσότερο τους αλγορίθμους τόσο σε σχέση με την πυκνότητα του δικτύου όσο και με το πλήθος των κόμβων κατανάλωσης.

Πίνακας 3 Χρόνοι εκτέλεσης αλγορίθμων σε σχέση με την αύξηση των νέων μονάδων

Νέες Μονάδες Παραγωγής	Χρόνος (sec)	
	Σειριακός Αλγόριθμος	Παράλληλος Αλγόριθμος
4	0,1716	0,0650
5	0,9100	0,3192
6	4,2863	1,3188
7	13,4692	3,9154

Στο σχήμα 3 αποτυπώνεται η επιτάχυνση του παράλληλου αλγορίθμου σε σχέση με το σειριακό που φτάνει μέχρι και 3,45 για 7 νέες μονάδες παραγωγής.

Σχήμα 3 Επιτάχυνση παράλληλου έναντι σειριακού αλγορίθμου σε σχέση με την αύξηση των νέων μονάδων



6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα εργασία ασχολείται με την επίλυση του προβλήματος χωροθέτησης μονάδων παραγωγής. Αρχικά, στην εργασία προτάθηκε ένα μαθηματικό μοντέλο για την επίλυση αυτού του προβλήματος. Το μοντέλο περιλαμβάνει κάποιους περιορισμούς, όπως το κόστος εγκατάστασης μίας επιχείρησης ή χρονικούς περιορισμούς, που φέρνουν το μοντελοποιημένο πρόβλημα πιο κοντά στις πραγματικές συνθήκες μιας αγοράς. Στη συνέχεια υλοποιήθηκε ο προτεινόμενος αλγόριθμος στο MATLAB και εν συνεχεία παραλληλοποιήθηκε, ούτως ώστε να επιταχυνθούν οι υπολογισμοί. Τέλος, μέσα από την υπολογιστική μελέτη που διεξήχθη προέκυψε το συμπέρασμα ότι ο παράλληλος αλγόριθμος είναι μέχρι και 3,44 φορές ταχύτερος από το σειριακό αλγόριθμο χρησιμοποιώντας 4 νήματα.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Drezner T., Drezner Z., Salhi S., 2002. *Solving the multiple competitive facilities location problem*, European Journal of Operational Research, Vol. 142, pp. 138-151.

Papathanasiou J., Manos B., 2007. *An approximation algorithm for the location of dairy enterprises under time constraints*, European Journal of Operational Research, Vol. 182, No. 3, pp. 1479–1487.

Plastria F., 2001. *Static competitive facility location: An overview of optimization approaches*, European Journal of Operational Research, Vol. 129, pp. 461- 470.

Serra D., Revelle C., Rosing K., 1999. *Surviving in a competitive spatial market: The threshold Capture Model*, Journal of Regional Science, Vol. 4, No. 39, pp. 637-652.

Shiode S,. Drezner Z., 2003. *A competitive facility location problem on a tree network with stochastic weights*, European Journal of Operational Research, Vol. 149, pp. 47-52.

Shonwiller J., Harris T., 1996. Rural Retail Business Thresholds and Interdependencies, Journal of Regional Science, Vol. 21, pp. 189-198.